

تمارين تمهيدية

1. إذا كان $x\sqrt{5} - 1 = x^2$ فما قيمة $x + \frac{1}{x}$ ؟
2. هل يوجد عدد صحيح k يحقق أن $\sqrt{8k + 3}$ عدد صحيح أيضاً؟
3. هل هناك مربع كامل في المتسلسلة؟
11, 111, 1111, 11111, ...
4. $m = \frac{99 \dots 99}{2019}$, $n = \frac{88 \dots 88}{2019}$ أوجد مجموع خانات حاصل ضرب mn .
5. أوجد مساحة مثلث أطوال أضلاعه 5, 5, 6.
6. [رياضيات 4] مثلث متطابق الساقين ذو أطوال أضلاع طبيعية، محيطه 32 ما احتمال أن تكون مساحته 48؟
7. أثبت وجود شخصين لهما نفس عدد المصاحفات في هذه الغرفة.
8. هل يوجد عدد غير نسبي يُرفع إلى قوة غير نسبية بحيث يكون الناتج نسبياً؟
9. أوجد جميع الأعداد $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$ بحيث:

$$a^2 + d^2 - ad = b^2 + c^2 + bc$$

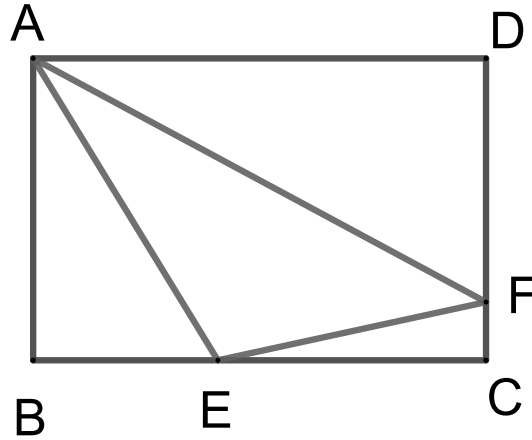
$$a^2 + b^2 = c^2 + d^2$$

الهندسة

1. مثلثان متساويان في المساحة غير متطابقين. الأول أطوال أضلاعه 13, 13, 10 والآخر 13, 13, a . أوجد طول a .

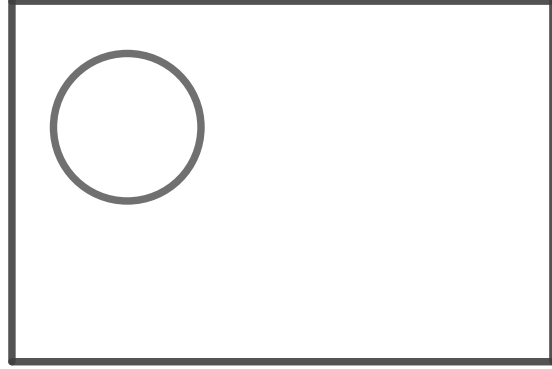
2. [Purple Math Comet] المثلث ΔABC قائم في C . النقطة D هي مسقط C على الوتر، و E مسقط D على BC . $[\Delta ACD] = 48$, $[\Delta CDE] = 40$. ما مساحة ΔDBE ؟

3. في الشكل: مساحة المستطيل $ABCD$ هي 24، مساحتا المثلثين ABE , ADF هما 4, 9 على التوالي. ما مساحة AEF ؟

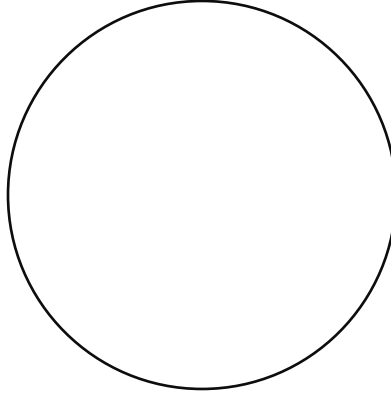


4. [Kangaroo G9] في ΔABC ، $m\angle A = 120^\circ$ ، M منتصف BC ، و $AC = 2AB$ ما قياس $\angle MAB$.

5. في الشكل: ورقة مستطيلة بها ثقب دائري. ارسم مستقيماً يقسم الورقة لجزأين متساويي المساحة.



استطرد: دون استخدام مسطرة أو فرجار حدد مركز الدائرة (بدقة) أدناه:



6. [Dutch 1994] النقطة P على القطر BD في المستطيل $ABCD$. النقطة F هي مسقط P على BC . إذا كانت H على BC بحيث $FB = FH$ و PC يقطع AH في Q فأثبت أن $[\Delta CHQ] = [\Delta APQ]$.

7. الرباعي $ABCD$ أخذت M, N منتصفا BC, AD . $MA \cap NB = K$.

و $MD \cap NC = L$ أثبت أن:

$$[\Delta DLC] + [\Delta AKB] = [NKML]$$

تركيبات

1. لوح مربعات 8×8 ، أُزيل منه مربعاً زاويتي قطره الرئيس. هل بالإمكان تبليطه بقطع دومينو 2×1 ؟

2. هل بالإمكان استبدال العلامات * بعلامات - و+ بحيث تكون العبارة صحيحة:

$$1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 * 10 = 0$$

3. هناك كومتان تحويان العدد نفسه من الحصا، أحمد وبدر يتبادلان الأدوار في لعب لعبة (أحمد يبدأ أولاً)، في كل دور بإمكان اللاعب أخذ أي عدد يرغب فيه من الحصا، والخاسر هو من لا يجد أي حصا يأخذها. من لديه استراتيجية تضمن له الفوز؟

4. على طاولة دائرية قطرها 2، يتبادل أحمد وبدر الأدوار في لعب لعبة، في كل دور يضع اللاعب قطعة نقدية مستديرة قطرها 0.2 على الطاولة، الخاسر هو من لا يجد مكاناً يضع فيه قطعة نقدية، من يملك استراتيجية الفوز؟

5. في أحد القصور 7 حُرَّاس يحرسون كنزاً خلف 10 أبواب مٌقفلة. كل قفل ذي مفتاح مختلف. وزع أمير القصر مفاتيح هذه الأقفال على الحراس بحيث أنه إذا جَمَعَ أيُّ 4 من حراسه استطاعوا فتح جميع الأقفال. ذات يوم قرر الأمير إخراج أكبر عدد ممكن من الحراس في إجازة، أثبت أن بإمكانه إيجاد 3 حراس بالضبط لفتح جميع الأقفال.